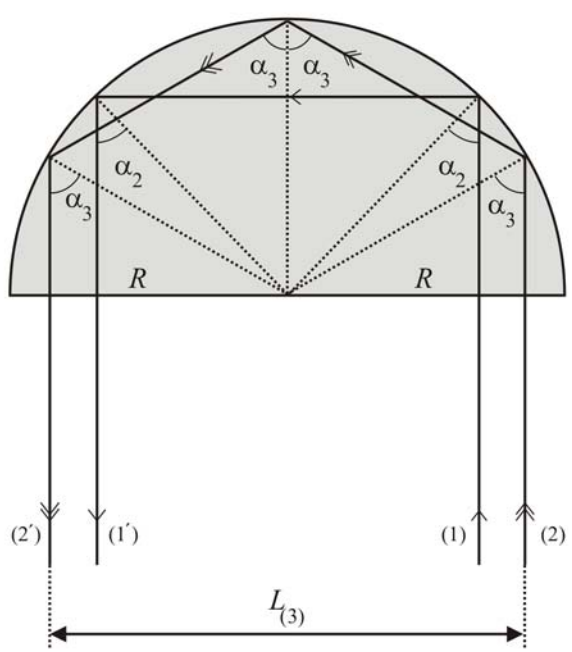


| Subiect | Parțial | Punctaj |
|---|---------|------------------|
| Subiect 1 , total: | | 10 puncte |
| <p>a) La distanța z față de centrul inelului, pe axul acestuia, forța care acționează asupra corpului electrizat este:</p> $F_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{R^3} z; \quad \mathbf{1 \text{ punct}}$ $F_z = kz; \vec{F}_z = -k\vec{z}.$ <p>Oscilațiile mici ale corpului cu sarcina electrică q, executate de-a lungul axului perpendicular pe planul inelului, în centrul acestuia sunt armonice. 0,5 puncte</p> <p>Rezultă:</p> $k = m\omega^2; T = 4\pi R \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 m R}{qQ}}. \quad \mathbf{0,5 \text{ puncte}}$ | | 2 puncte |
| <p>b) Forța care acționează asupra corpului punctiform electrizat, la distanța x față de centrul inelului, în planul acestuia, este:</p> $F_x = \frac{qQ}{8\pi\epsilon_0 R^2} \int_0^{2\pi} \left(1 + \frac{2x \cos \beta}{R}\right) \cos \beta d\beta; \quad \mathbf{1 \text{ punct}}$ $F_x = -\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R^3} x; \quad \mathbf{1 \text{ punct}}$ $F_x = kx; \vec{F}_x = -k\vec{x}.$ <p>Oscilațiile mici ale corpului cu sarcina q, executate de-a lungul diametrului inelului sunt armonice. 0,5 puncte</p> <p>Rezultă:</p> $k = m\omega^2; T = 4\pi R \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 m R}{qQ}}. \quad \mathbf{0,5 \text{ puncte}}$ <p>Perioada rotației electronului ionului hidrogenoid în jurul nucleului acestuia este aceeași cu expresiile stabilite anterior. 1 punct</p> | | 4 puncte |
| <p>c) Intensitatea câmpului electric generat de un sector elementar al discului, într-un punct de pe axul discului, la distanța z față de planul discului, este:</p> $dE_z = \frac{Q}{4\pi^2 \epsilon R^2} \frac{z \rho d\rho d\theta}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}}. \quad \mathbf{0,25 \text{ puncte}}$ <p>Ca urmare, intensitatea câmpului rezultat, în punctul considerat, este:</p> $E_z = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R^2} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}\right). \quad \mathbf{0,25 \text{ puncte}}$ <p>Forța care acționează asupra corpului punctiform electrizat, aflat pe axul comun al discurilor, la distanța Δz față de poziția sa de echilibru este:</p> $F = \frac{qQ}{\pi\epsilon_0 R^3} \Delta z; F = k\Delta z; \vec{F} = -k\Delta\vec{z}. \quad \mathbf{1,50 \text{ puncte}}$ | | 3 puncte |

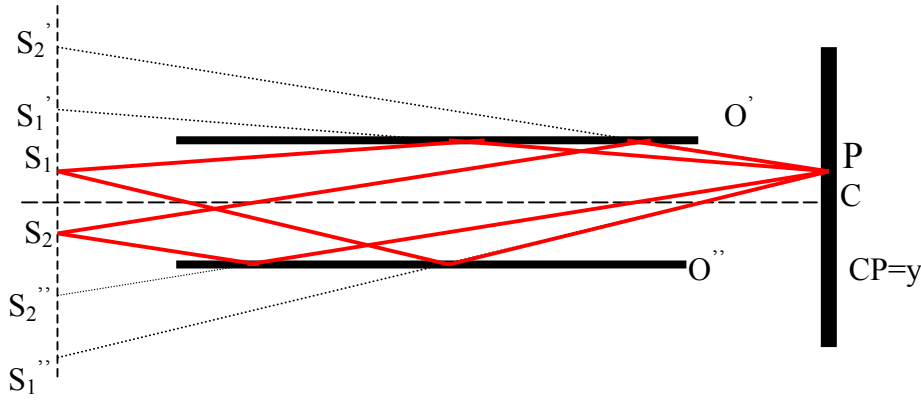
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| Subiect | Parțial | Punctaj |
|---|---------|------------------|
| <p>Oscilațiile mici ale corpului electrizat sunt armonice. 0,5 puncte Rezultă:</p> $k = m\omega^2; T = 2\pi R \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 mR}{qQ}}. \quad \mathbf{0,5 puncte}$ | | |
| Oficiu | | 1 punct |
| Subiect 2 , total: | | 10 puncte |
| <p>A) -Desen corect cu traiectele luminoase principal posibil (0,5 puncte)</p>  <p>Din motive de simetrie traiectul luminos nu poate fi decât cel al unui poligon regulat cu un număr par de laturi (pătrat, hexagon, octogon,...) înscris în cercul de rază R.</p> <p>- Evaluarea unghiurilor de incidență principal posibil (1,5 puncte) Dacă poligonul are $2k$ laturi ($k = 2, 3, \dots$) suma unghiurilor interioare este $\beta_k = 2\pi(k - 1)$. Pe de altă parte unghiurile de incidență la interfața semicirculară gheață-aer sunt date de $\alpha_k = \frac{1}{2} \left(\frac{\beta_k}{2k} \right) = \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{1}{k} \right), k = 2, 3, 4, \dots$</p> <p>Concret: $\alpha_2 = 45^\circ; \alpha_3 = 60^\circ; \alpha_4 = 67,5^\circ; \alpha_5 = 72^\circ; \dots$</p> <p>-Determinarea unghiului de reflexie totală și compararea sa cu unghiurile de incidență principal posibil (1 punct)</p> <p>Unghiul de reflexie totală este: $\theta_c = \arcsin \frac{1}{n} = 50,28^\circ$. Se constată că</p> | | 4 |

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| Subiect | Parțial | Punctaj |
|--|---------|---------|
| <p>$\alpha_2 < \theta_c$. În schimb $\alpha_k > \theta_c$ când $k \geq 3$.</p> <p>-Excluderea traiectului de tip pătrat înscris în cercul de rază R (0,5 puncte) Compararea anterioară ne permite să afirmăm că traiectul de tip pătrat este exclus, rămânând posibile, cu reflexii totale, la interfața curbilinie gheață-aer, doar traiectele de tip hexagon, octogon</p> <p>- Determinarea raportului $\frac{L_{(k)}}{R}$ și unele observații fizice (0,5 puncte)</p> <p>Din figură se observă că distanțele $L_{(k)}$ posibile sunt egale cu $2R \sin \alpha_k$, adică</p> $\frac{L_{(k)}}{R} = 2 \sin \left[\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{1}{k} \right) \right], k = 3, 4, 5, \dots$ <p>Valori numerice: 1,732 = $\sqrt{3}$.; 1,848; 1,902;</p> <p>Observație: Deoarece în enunț se afirmă că raza emergentă are intensitatea aproape egală cu cea incidentă trebuie să ne gândim că numărul reflexiilor totale din interior nu este prea mare. Totuși, dacă admitem posibilitatea $k \rightarrow \infty$ rezultă un raport $\frac{L_{\infty}}{R} = 2$, unda (evanescentă) propagându-se superficial cu atenuare în aerul înconjurător.</p> | | |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| Subiect | Parțial | Punctaj |
|---|---------|---------|
| <p>B) – Desen corect cu notații logice (1 punct)</p>  <p>Traiectele care interferă în P (cu $CP = y$) sunt arătate pe desen. Sunt coerente sursele virtuale S_1' și S_1'', respectiv S_2' și S_2'' (imaginile lui S_1, respectiv S_2 în oglinzile O' și O'')</p> <p>– Exprimarea diferențelor de drum (optic) pentru traiectele de la imaginile celor două surse primare până la P (1 punct) Cu teorema lui Pitagora putem scrie: $S_1''P ^2 = D^2 + (y + d + 2l)^2$ și $S_1'P ^2 = D^2 + (y + d - 2l)^2$, respectiv $S_2''P ^2 = D^2 + (y - d + 2l)^2$ și $S_2'P ^2 = D^2 + (y - d - 2l)^2$.</p> <p>Diferențele de pătrate perfecte se scriu ca produse de sume și diferențe $[A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)]$ iar sumele se aproximează cu $2D$ (vezi precizările din enunț). Obținem: $S_1''P - S_1'P \approx \frac{4l}{D}(y + d); S_2''P - S_2'P \approx \frac{4l}{D}(y - d).$</p> <p>– Exprimarea distribuțiilor de intensitate pe ecran (1 punct) Diferențelor de drum le corespund diferențe de fază de tipul $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(\text{diferența de drum}).$</p> <p>Sursele S_1' și S_1'', determină, pe ecran, distribuția de intensitate $I_1(y) = 2I_0 \left\{ 1 + \cos \left[\frac{8\pi l}{\lambda D}(y + d) \right] \right\}.$</p> <p>Analog, sursele S_2' și S_2'' determină distribuția de intensitate $I_2(y) = 2I_0 \left\{ 1 + \cos \left[\frac{8\pi l}{\lambda D}(y - d) \right] \right\}.$</p> <p>– Sumarea celor două distribuții de intensitate (1 punct) Deoarece S_1 și S_2 sunt reciproc incoerente putem scrie intensitatea totală</p> | | 5 |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| Subiect | Parțial | Punctaj |
|---|---------|------------------|
| $I(y) = I_1(y) + I_2(y) = \dots = 4I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{8\pi y}{\lambda D}\right) \cos\left(\frac{8\pi d}{\lambda D}\right) \right]$ <p>- Determinarea vizibilității (1 punct)</p> <p>Calculând valorile $I_{\max;\min}$, când $\cos\left(\frac{8\pi y}{\lambda D}\right) = \pm 1$, găsim în final</p> $V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \left \cos\left(\frac{8\pi d}{\lambda D}\right) \right $ | | |
| Oficiu | | 1punct |
| Subiect 3, total: | | 10 puncte |
| <p>a) Durata voiajului lui A măsurată de B este $T = 10$ ani. 0,25 puncte Durata voiajului lui A, determinată de A, este:</p> $T' = T \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 8 \text{ ani. } \mathbf{1 \text{ punct}}$ <p>Vârsta lui A la revenirea pe Pământ este: $V_A = 34$ ani. 0,5 puncte Concluzie: la reîntâlnirea celor doi frați gemeni, după voiajul lui A în cosmos, acesta este cu 2 ani mai tânăr decât B. 0,25 puncte Paradoxul celor doi gemeni ($T' < T$) apare atunci când, raționând prin simetrie ar trebui să considerăm că A este în repaus și că B este în mișcare, astfel încât A ar trebui să gândească despre B că va fi mai tânăr la finalul voiajului. 0,5 puncte Dar acest paradox se întemeiază pe un raționament fals. În fapt, geamănul B nu participă la fazele de accelerare și de frânare, existând astfel o asimetrie între A și B, astfel încât este adevărat numai că geamănul A, care părăsește Pământul, și suportă efectele accelerațiilor, va fi mai tânăr decât geamănul B, la revenirea sa pe Pământ. 0,5 puncte</p> | | 3 puncte |
| <p>b) Datorită efectului Doppler, frecvențele semnalelor recepționate de B în timpul depărtării și respectiv al apropierii lui A sunt:</p> $v_d = v \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}} < v; \mathbf{0,25 \text{ puncte}}$ $v_a = v \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} > v. \mathbf{0,25 \text{ puncte}}$ <p>Durata recepției de către B a semnalelor bătăilor inimii lui A din faza depărtării lui A este:</p> $T_{r,d} = \frac{T}{2} \left(1 + \frac{v}{c} \right). \mathbf{0,5 \text{ puncte}}$ | | 3 puncte |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

| Subiect | Parțial | Punctaj |
|--|---------|-----------------|
| <p>Ca urmare, numărul bătăilor inimii lui A, înregistrate de B, atunci când A se depărtează, este:</p> $n_d = \frac{\nu T}{2} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \mathbf{0,25 \text{ puncte}}$ <p>Durata recepției de către B a semnalelor inimii lui A din faza apropierii lui A, este:</p> $T_{r,a} = \frac{T}{2} \left(1 - \frac{v}{c}\right) < T_{r,d} \cdot \mathbf{0,5 \text{ puncte}}$ <p>În aceste condiții, numărul bătăilor inimii lui A, înregistrate de B, atunci când A se apropie, este:</p> $n_a = \frac{\nu T}{2} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = n_d \cdot \mathbf{0,25 \text{ puncte}}$ <p>Numărul total al bătăilor inimii lui A, înregistrate de B, de la despărțire și până la reîntâlnirea celor doi frați gemeni, este:</p> $n_{A,B} = n_d + n_a = \nu T \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \mathbf{0,25 \text{ puncte}},$ <p>Numărul total al bătăilor inimii lui B, înregistrate de B, de la despărțire și până la reîntâlnirea celor doi frați gemeni, este:</p> $n_{B,B} = \nu T \cdot \mathbf{0,25 \text{ puncte}}$ <p>Rezultă:</p> $n_{A,B} = n_{B,B} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < n_{B,B} \cdot \mathbf{0,25 \text{ puncte}}$ <p>Concluzie: “tinerețea” lui A față de B, la reîntâlnirea celor doi frați gemeni, se justifică prin numărul diferit al bătăilor inimilor lor. 0,25 puncte</p> | | |
| <p>c) Dacă la reîntâlnire, cei doi frați au din nou vârste identice, înseamnă că voiajul lui B a anulat avantajul de 2 ani al lui A, existent la despărțirea acestora.</p> $\frac{t}{7} \left[4\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + 3\sqrt{1 - \left(\frac{4v}{3c}\right)^2} \right] + 2ani = t; \dots\dots\dots 1,5 \text{ puncte}$ $t = 7ani; t' = 5ani; \dots\dots\dots 0,5 \text{ puncte}$ $V_A = 34ani + 2ani + 7ani = 43ani; \dots\dots\dots 0,5 \text{ puncte}$ $V_B = 36ani + 2ani + 5ani = 43ani \dots\dots\dots 0,5 \text{ puncte}$ | | 3 puncte |
| Oficiu | | 1 punct |

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.